Introduction à la physique quantique

Mécanique classique du point

Définition : Quantité de mouvement
La quantité de mouvement, notée $\vec{p}$ d'un objet de masse m et de vecteur vitesse $\vec{v}$ est le produit :

$$\vec{p} = m\vec{v}$$

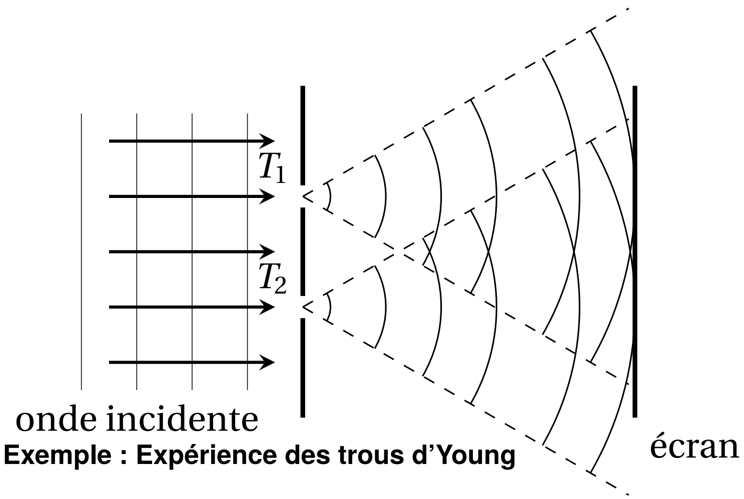
Ondes en mécanique classique

Définition : Vecteur d'onde
On définit le vecteur d'onde, noté k associé à une onde monochromatique de longueur d'onde λ par :

$$k = \frac{2\pi}{\lambda}$$

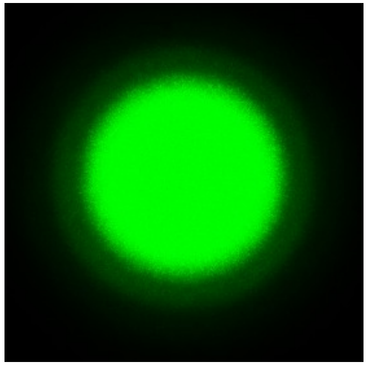
La phase de l'excitation s'écrit alors $\omega t - kx$.

Interactions entre ondes : interférences

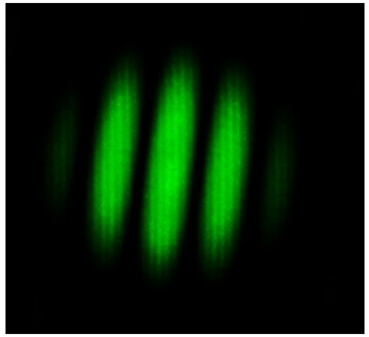


Exemple : Expérience des trous d'Young

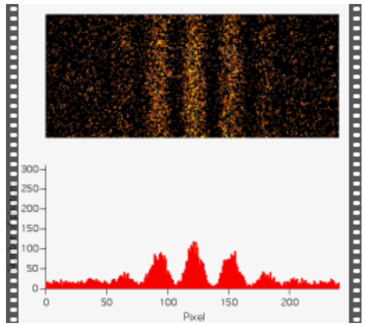
Un trou découvert



Deux trous découverts



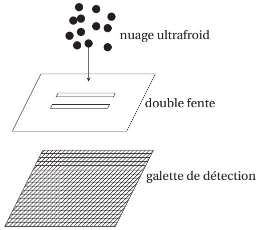
« Impacts » de lumière

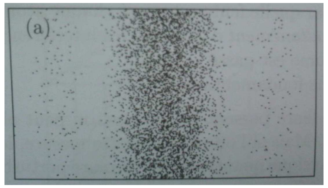


Interprétation

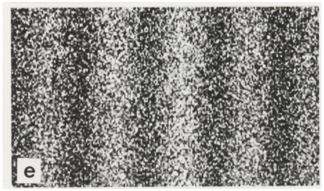
Photon
Les échanges d'énergie entre matière et rayonnement se font par quantités discrètes. On nomme ***photon*** le quantum d'énergie d'un rayonnement électromagnétique.

Fentes d'Young avec des atomes





avec une fente découverte



avec deux fentes découvertes

Énergie du photon

Définition : Première relation de Planck-Einstein

L'énergie d'un photon associé à une onde ***monochromatique de fréquence*** ν (de pulsation ω) est :

$$E = h\nu = \hbar\omega$$

avec $h = 6{,}626\,070\,15 \cdot 10^{-34}\,\mathrm{J\cdot s}$ la ***constante de Planck*** et $\hbar = h/(2\pi) \simeq 1{,}05 \cdot 10^{-34}\,\mathrm{J\cdot s}$ la constante de Planck ***réduite***.

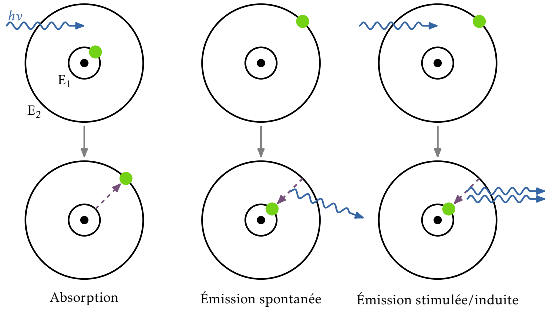
Quantité du mouvement du photon

Définition : Deuxième relation de Planck-Einstein

La ***quantité de mouvement*** d'un photon associé à une onde plane monochromatique de fréquence ν et se propageant dans la direction $\overrightarrow{e_x}$ est :

$$\overrightarrow{p} = \frac{h}{\lambda}\overrightarrow{e_x} = \frac{h\nu}{c}\overrightarrow{e_x} = \hbar\overrightarrow{k} \qquad \text{avec : } \overrightarrow{k} \equiv \overrightarrow{e_x} \quad \text{et : } k \equiv \frac{2\pi}{\lambda}.$$

Interactions atome - rayonnement : 3 processus



Longueur d'onde associée à une particule massive

Définition : Longueur d'onde de de Broglie

On associe à un objet matériel de masse m et de vitesse de norme v la longueur d'onde dite ***de de Broglie*** λ_{dB} telle que :

$$\lambda_{dB} = \frac{h}{p} = \frac{h}{mv}.$$

Énergie d'une onde de de Broglie (HP)

Énergie d'une onde de de Broglie

L'énergie associée à un quantum d'onde de matière de quantité de mouvement p est, pour des particules ***libres*** de masse m :

$$E = \hbar\omega = \frac{p^2}{2m} = \frac{\hbar^2 k^2}{2m}.$$

Interprétation

Loi de probabilité

Le point d'impact de chaque photon obéit à une loi de probabilité que l'observation d'un grand nombre de photons permet de déterminer.

Fonction d'onde

Définition : Fonction d'onde
La répartition spatiale d'un quanton est décrite en physique quantique par une ***fonction d'onde*** $\Psi(M,t)$ que l'on peut évaluer en tout point M et à chaque instant t.

Lien avec la probabilité de présence

Probabilité de présence
La ***probabilité*** $P(M,t)$ qu'une mesure de position d'un objet de fonction d'onde $\Psi(M,t)$ donne, à l'instant t la position M est proportionnelle au ***module au carré de*** $\Psi(M,t)$: $P(M,t) \propto |\Psi(M,t)|^2$

Exemples de fonctions d'ondes (HP)

Définition : Onde plane monochromatique
Une onde plane monochromatique unidimensionnelle de quantité de mouvement $\hbar k\overrightarrow{e_x}$ est décrite par la fonction d'onde :

$$\Psi(x) \propto e^{ikx}$$

Définition : Paquet d'ondes gaussien
Un exemple de paquet d'ondes gaussien unidimensionnel de quantité de ***centre*** x_0, de quantité de mouvement $\hbar k_0$ et de ***largeur*** Δx est donné par la fonction d'onde :

$$\Psi(x) = \frac{1}{\left(2\pi\Delta x^2\right)}^{1/4} e^{ik_0x} e^{-(x-x_0)^2/(4\Delta_x^2)}$$

La largeur Δx est l'***indétermination*** sur la position du quanton.

Généralisation

Interférences entre amplitudes de probabilité
On considère un objet pouvant emprunter, classiquement, plusieurs chemins $\{i = 1..N\}$ pour parvenir à un état final. On détermine, pour chaque chemin, les ***amplitudes de probabilité*** de parvenir à l'état quand seul ce chemin est possible.

L'amplitude de probabilité de parvenir à l'état final donné :

- quand tous les chemins sont possibles,
- et qu'on ne réalise pas de mesure du chemin suivi au cours de l'évolution,

est proportionnelle à la ***somme des amplitudes individuelles***.

Distribution de quantité de mouvement

Distribution de quantité de mouvement
On peut décrire un paquet d'ondes comme une somme d'ondes monochromatiques de vecteurs d'ondes principalement compris dans un intervalle $[k_0 - \Delta k/2; k_0 + \Delta k/2]$.

- $\hbar k_0$ représente la quantité de mouvement moyenne du quanton : son centre se déplace à $\hbar k_0/m$
- $\hbar\Delta k$ représente l'***indétermination*** sur la qdm

Cas de la diffraction d'une onde lumineuse

On considère la diffraction d'une onde lumineuse plane monochromatique de longueur d'onde λ_0 en incidence normale sur une fente de largeur a selon x et infinie selon y.

1. On considère l'onde en amont de la fente. a. Quels sont son vecteur d'onde, et la quantité de mouvement dans une interprétation en termes de photons ? b. Quelles sont ses indéterminations spatiales et en quantité de mouvement :
   - selon x ;
   - selon z.
2. On considère l'onde juste en aval de la fente. a. Quelle est l'ordre de grandeur de son indétermination spatiale selon x, notée Δx ? b. En utilisant une interprétation en termes

de photons, montrer que ceux-ci acquièrent une quantité de mouvement selon x. Quelle est l'ordre de grandeur de l'indétermination de cette qdm, notée Δp_x. c. Calculer le produit $\Delta x \Delta p_x$ et commenter.

Inégalité de Heisenberg

Inégalité d'indétermination de Heisenberg

On considère la fonction d'onde d'un quanton, pour un système unidimensionnel, caractérisée par :

- une indétermination sur la position Δx ;
- une indétermination sur la quantité de mouvement Δp_x.

Leur produit vérifie l'inégalité :

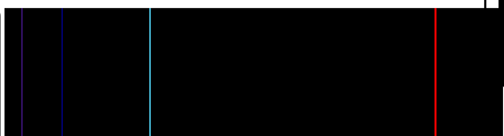
$$\Delta x \Delta p_x \geqslant \frac{\hbar}{2},$$

avec $\hbar = h/(2\pi) \simeq 1{,}05 \cdot 10^{-34}\,\mathrm{J \cdot s}$ la constate de Planck réduite.

Observations expérimentales

Définition : Spectre d'émission

Les longueurs d'ondes discrètes émises sont nommées ***raies***. L'ensemble des raies constitue le ***spectre d'émission*** de l'atome.



Spectre de H

Modèle planétaire classique

Modèle planétaire

En physique classique, les orbites circulaires de rayon a d'un électron autour du noyau de l'atome d'hydrogène ont :

- une énergie mécanique : $\mathscr{E}_\mathrm{m} = -\frac{e^2}{8\pi\varepsilon_0 a}$
- un moment cinétique $\sigma = \sqrt{\frac{a m_e e^2}{4\pi\varepsilon_0}}$

Modèle planétaire de Bohr

Modèle planétaire de Bohr

Dans le modèle de Bohr de l'atome d'hydrogène, on fait l'hypothèse que le ***moment cinétique*** est ***quantifié*** : il ne peut prendre que les valeurs discrètes :

$$\sigma_n = n\hbar,$$

avec $n \in \mathbb{N}^\star$.

Cette quantification implique une quantification :

- de ***l'énergie*** $\mathscr{E}_n = -\frac{E_0}{n^2}$ avec $\mathrm{E}_0 = 13{,}605\,693\,122\,994(26)\,\mathrm{eV}$ l'***énergie de Rydberg***
- du rayon $a_n = n^2 a_0$, avec $a_0 = 5{,}291\,772\,109\,03(80) \cdot 10^{-11}\,\mathrm{m} = 0{,}529\,177\,210\,903(80)\,\mathrm{Å}$ le ***rayon de Bohr***.

Nombres quantiques de l'atome d'hydrogène (HP)

Nombres quantiques et orbitales atomiques

Un état quantique stationnaire, de l'atome d'hydrogène est complètement décrit par la données de ***4*** nombres entiers ou demi-entiers.

3 sont relatifs au mouvement orbital de l'électron :

- $n \in \mathbb{N}^\star$: nombre quantique principal,
- $\ell \in \mathbb{N} \in [0; n-1]$: nombre quantique secondaire/azimuthal
- $m_\ell \in \mathbb{Z} \in [-\ell; \ell]$: nombre quantique magnétique

La donnée du triplet $\{n, \ell, m_l\}$ caractérise complètement une ***orbitale atomique***, notée $O.A.$.

Le quatrième est le ***nombre de spin*** $m_s = \pm\frac{1}{2}$ relatif au moment cinétique intrinsèque de l'électron nommé « spin ».

L'énergie d'un état est donnée par $-\frac{E_0}{n^2}$, sa dégénérescence est $2n^2$ (en comptant les deux états de spin $m_s = \pm\frac{1}{2}$).

Grandeurs quantifiées

À chaque nombre quantique est associée une grandeur quantifiée :

n l'énergie : $\mathscr{E}_n = -\frac{E_0}{n^2}$,

ℓ la norme du moment cinétique, noté σ. On a $\sigma = \sqrt{\ell(\ell+1)}\hbar$,

m_ℓ la projection σ_z de $\vec{\sigma}$ sur un axe privilégié $\sigma_z = m_\ell \hbar$,

m_s la projection S_z du moment cinétique intrinsèque $\vec{S}$ (de norme $S = \sqrt{\frac{1}{2}\left(\frac{1}{2}+1\right)\hbar}$) sur un axe privilégié $S_z = m_S\hbar$.

Indispensable

Indispensable

- relations de Planck Einstein
- relation de de Broglie
- limites classiques
- amplitude de probabilité et (densité de) probabilité
- inégalité d'indétermination de Heisenberg
- modèle planétaire de Bohr